Azonosító jel: | | | | | | | | | | | | | | |

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2011. május 3.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2011. május 3. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!**
Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.

8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Hatjegyű pozitív egész számokat képezünk úgy, hogy a képzett számban szereplő számjegy annyiszor fordul elő, amekkora a számjegy. Hány ilyen hatjegyű szám képezhető?

Ö.:	11 pont	

2. Legyen $A = \left\{ x \in \mathbf{R} \mid \sqrt{x-1} \geq \sqrt{5-x} \right\}$ és $B = \left\{ x \in \mathbf{R} \mid \log_{\frac{1}{2}}(2x-4) > -2 \right\}$.

Adja meg az $A \cup B$, $A \cap B$, $B \setminus A$ halmazokat!

Ö.:	13 pont	

3. Egy város sportklubjának 640 fős tagságát felnőttek és diákok alkotják. A tagság 55%-a sportol rendszeresen. A rendszeresen sportoló tagok számának és a sportklub teljes taglétszámnak az aránya $\frac{11}{8}$ -szor akkora, mint a rendszeresen sportoló felnőttek számának aránya a felnőtt klubtagok számához viszonyítva. A rendszeresen sportolók aránya a felnőtt tagságban fele akkora, mint amekkora ez az arány a diákok között.

Hány felnőtt és hány diák tagja van ennek a sportklubnak?

Ö.:	13 pont	

4. Egy gyártósoron 8 darab gép dolgozik. A gépek mindegyike, egymástól függetlenül 0,05 valószínűséggel túlmelegszik a reggeli bekapcsoláskor. Ha a munkanap kezdetén 3 vagy több gép túlmelegszik, akkor az egész gyártósor leáll.
A 8 gép reggeli beindításakor bekövetkező túlmelegedések számát a binomiális eloszlással modellezzük.

a) Adja meg az eloszlás két paraméterét! Számítsa ki az eloszlás várható értékét!
b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a reggeli munkakezdéskor egyik gép sem melegszik túl?
c) Igazolja a modell alapján, hogy (négy tizedes jegyre kerekítve) 0,0058 annak a valószínűsége, hogy a gépek túlmelegedése miatt a gyártósoron leáll a termelés a munkanap kezdetekor!

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	14 pont	

II.

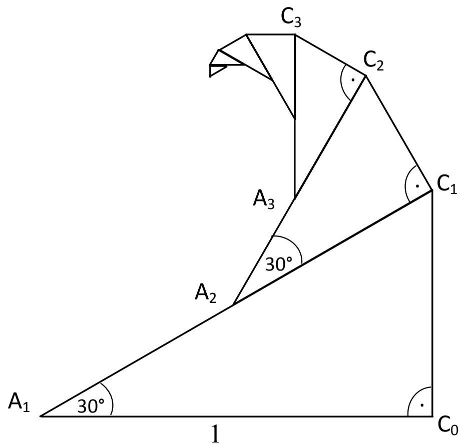
Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Az $A_1C_0C_1$ derékszögű háromszögben az A_1 csúcsnál 30°-os szög van, az A_1C_0 befogó hossza 1, az A_1C_1 átfogó felezőpontja A_2.

Az A_2C_1 szakasz „fölé” az $A_1C_0C_1$ háromszöghöz hasonló $A_2C_1C_2$ derékszögű háromszöget rajzoljuk az ábra szerint. Az A_2C_2 átfogó felezőpontja A_3.

Az A_3C_2 szakasz „fölé” az $A_2C_1C_2$ háromszöghöz hasonló $A_3C_2C_3$ derékszögű háromszöget rajzoljuk.

Ez az eljárás tovább folytatható.



a) Számítsa ki az így nyerhető végtelen sok derékszögű háromszög területének összegét (az összeg első tagja az $A_1C_0C_1$ háromszög területe)!

b) Igazolja, hogy a $C_0C_1C_2 \ldots C_n$ töröttvonal hossza minden pozitív egész n-re kisebb, mint 1,4.

a)	7 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	16 pont	

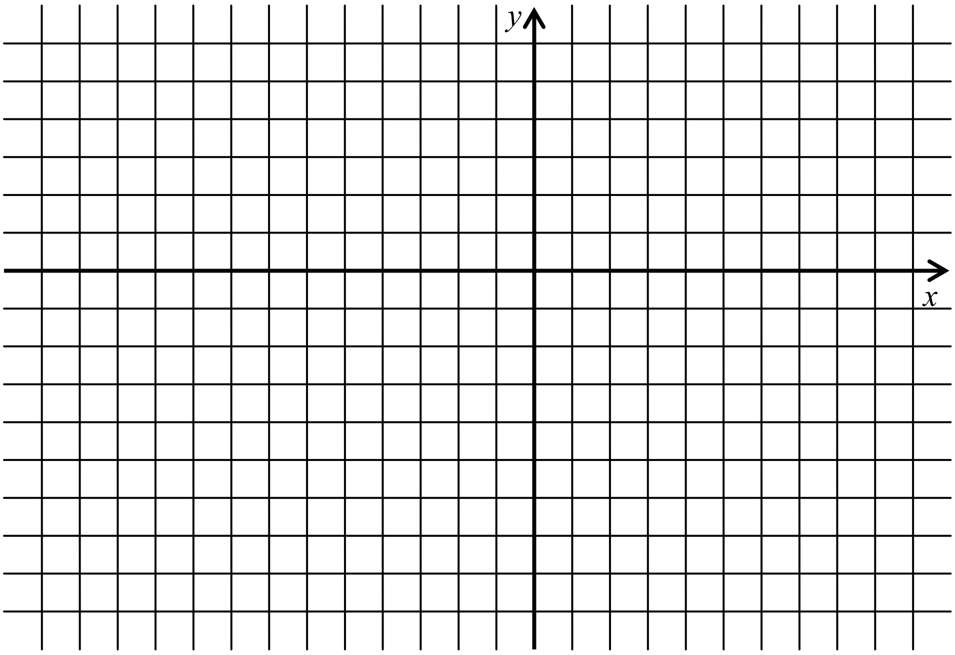
Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Adott a síkbeli derékszögű koordináta-rendszerben az $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 3 = 0$ egyenletű kör. Ebbe a körbe szabályos háromszöget írunk, amelynek egyik csúcsa $A(1; -2)$.

a) Számítsa ki a szabályos háromszög másik két csúcsának koordinátáit! Pontos értékekkel számoljon!

b) Véletlenszerűen kiválasztjuk az adott kör egy belső pontját. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott pont a tekintett szabályos háromszögnek is belső pontja? Válaszát két tizedes jegyre kerekítve adja meg!

a)	11 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	16 pont	


y
x

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. A nyomda egy plakátot 14 400 példányban állít elő. A költségeket csak a nyomtatáshoz felhasznált nyomólemezek (klisék) darabszámának változtatásával tudják befolyásolni. Egy nyomólemez 2500 Ft-ba kerül, és a nyomólemezek mindegyikével óránként 100 plakát készül el. A nyomólemezek árán felül, a lemezek számától függetlenül, minden nyomtatásra fordított munkaóra további 40 000 Ft költséget jelent a nyomdának. A ráfordított idő és az erre az időre jutó költség egyenesen arányos.

a) Mennyi a nyomólemezek árának és a nyomtatásra fordított munkaórák miatt fellépő költségnek az összege, ha a 14 400 plakát kinyomtatásához 16 nyomólemezt használnak?

b) A 14 400 plakát kinyomtatását a nyomda a legkisebb költséggel akarja megoldani. Hány nyomólemezt kell ekkor használnia? Mennyi ebben az esetben a nyomólemezekre és a ráfordított munkaidőre jutó költségek összege?

a)	4 pont	
b)	12 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Egy fából készült négyzetes oszlop minden élének hossza centiméterben mérve 2-nél nagyobb egész szám. A négyzetes oszlop minden lapját befestettük pirosra, majd a lapokkal párhuzamosan 1 cm élű kis kockára vágtuk. A kis kockák közül 28 lett olyan, amelynek pontosan két lapja piros.
Mekkora lehetett a négyzetes oszlop térfogata?

Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Hány (x; y) rendezett valós számpár megoldása van az alábbi egyenletrendszernek, ha x és y is a $[0\,;2\pi]$ zárt intervallum elemei?

$$\left.\begin{aligned} \sin x \cdot \cos y &= 0 \\ \sin x + \sin^2 y &= \frac{1}{4} \end{aligned}\right\}$$

Ö.:	16 pont	

<table>
<tr><td></td><td>a feladat sorszáma</td><td>maximális pontszám</td><td>elért pontszám</td><td>maximális pontszám</td><td>elért pontszám</td></tr>
<tr><td rowspan="4">I. rész</td><td>1.</td><td>11</td><td></td><td rowspan="4">51</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>13</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>13</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>14</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">II. rész</td><td></td><td>16</td><td></td><td rowspan="4">64</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">← nem választott feladat</td></tr>
<tr><td colspan="4">Az írásbeli vizsgarész pontszáma</td><td>115</td><td></td></tr>
</table>

dátum　　　　　javító tanár

	elért pontszám **egész számra** kerekítve	programba beírt **egész** pontszám
I. rész		
II. rész		

javító tanár　　　　　jegyző

dátum　　　　　dátum